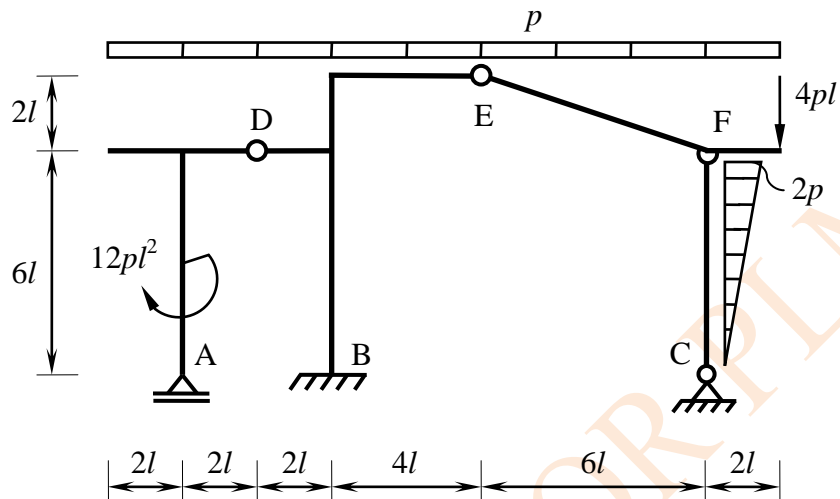


APLICAȚIA 1.3

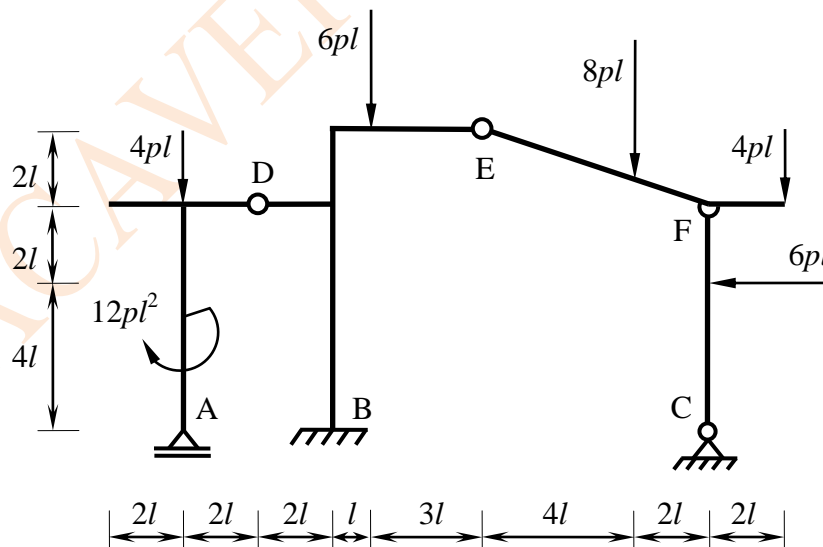
Utilizând principiul lucrului mecanic virtual determinați reacțiunea orizontală din încastrare.



Obs. Aspectele teoretice necesare se găsesc în cadrul aplicației 1.1.

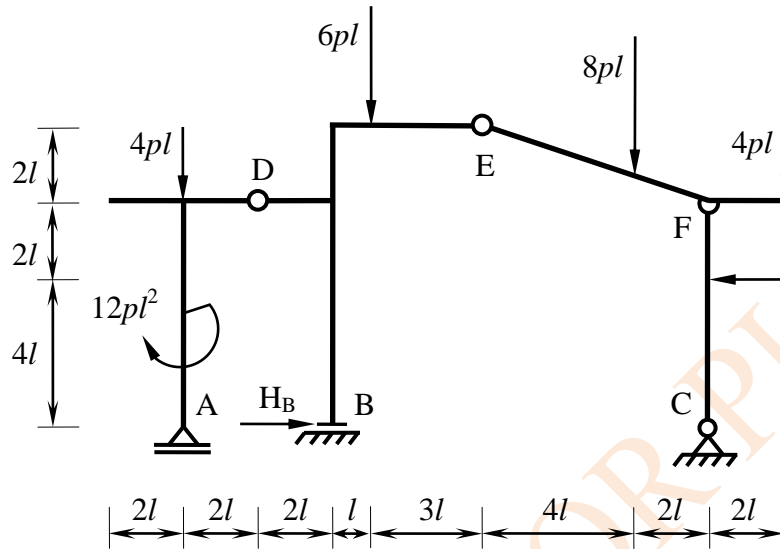
Rezolvarea aplicației

Se verifică dacă sistemul de corpuri este static determinat și se aranjează încărcările pe fiecare corp, ca și când am izola corpurile.



Se transformă sistemul de corpuri static determinat într-un mecanism cu un grad de libertate. Se înlocuiește cu reacțiunea orizontală H_B legătura simplă ce suprimă corpului BDE posibilitatea de translație pe direcție orizontală. Astfel, în locul încastrării va rămâne o încastrare

glisantă ce permite corpului BDE o mișcare de translație pe direcție orizontală. Sensul inițial al reacțiunii H_B a fost ales aleator. Rezolvarea acestei reacțiuni ne va spune dacă sensul ales inițial este corect sau nu.

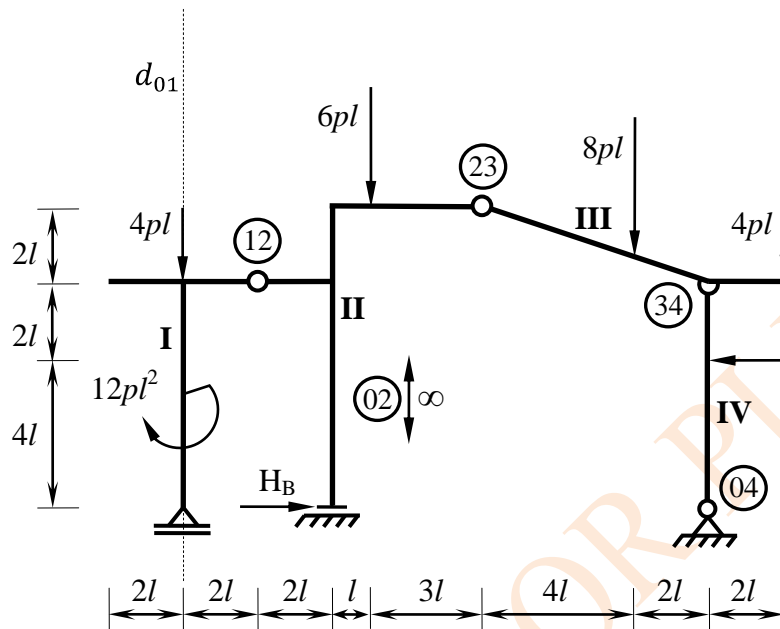


Se identifică corpurile fixe din mecanism. Se observă că nu există (la prima vedere) corpuri fixe. Se numerează corpurile din mecanism (aici 4).

Se determină pozițiile centrelor de rotație date de legăturile mecanismului. Astfel:

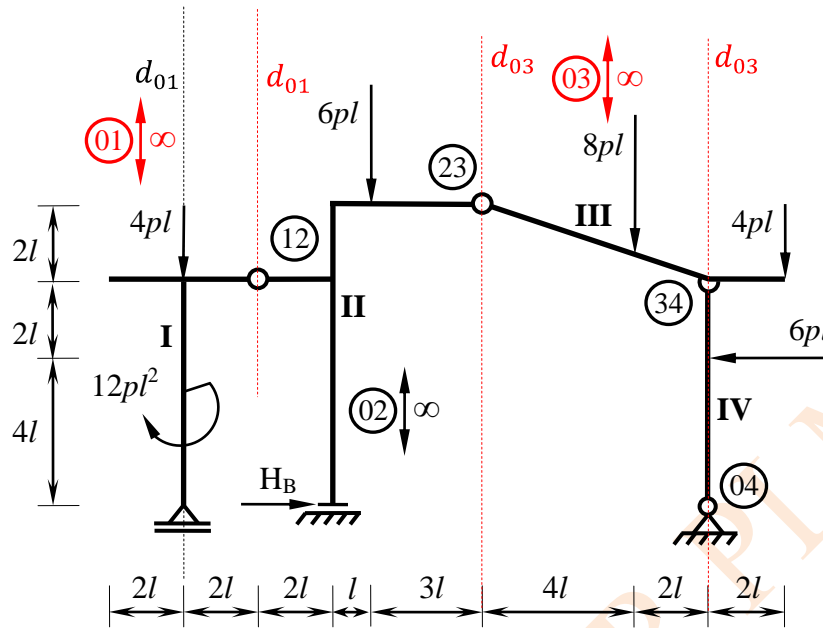
- în punctul C este o articulație fixă (articulație exterioară); aici va fi centrul absolut de rotație al corpului IV ((04));
- în punctele D, E și F sunt articulații intermediare simple; aici se află atunci centrele relative de rotație (12), (23) respectiv (34);
- în punctul A se află un reazem simplu vertical; pe direcția reazemului simplu (verticală ce trece prin punctul A) se va afla centrul absolut de rotație al corpului I, (01); această dreaptă se va nota cu d_{01} .
- în punctul B se află o încastrare glisantă ce permite translația corpului II pe orizontală; atunci, centrul absolut de rotație al corpului II ((02)) este la infinit pe direcție verticală.

Obs. Dacă un punct se află la infinit pe o direcție, atunci el se va afla pe toate dreptele care au acea direcție.



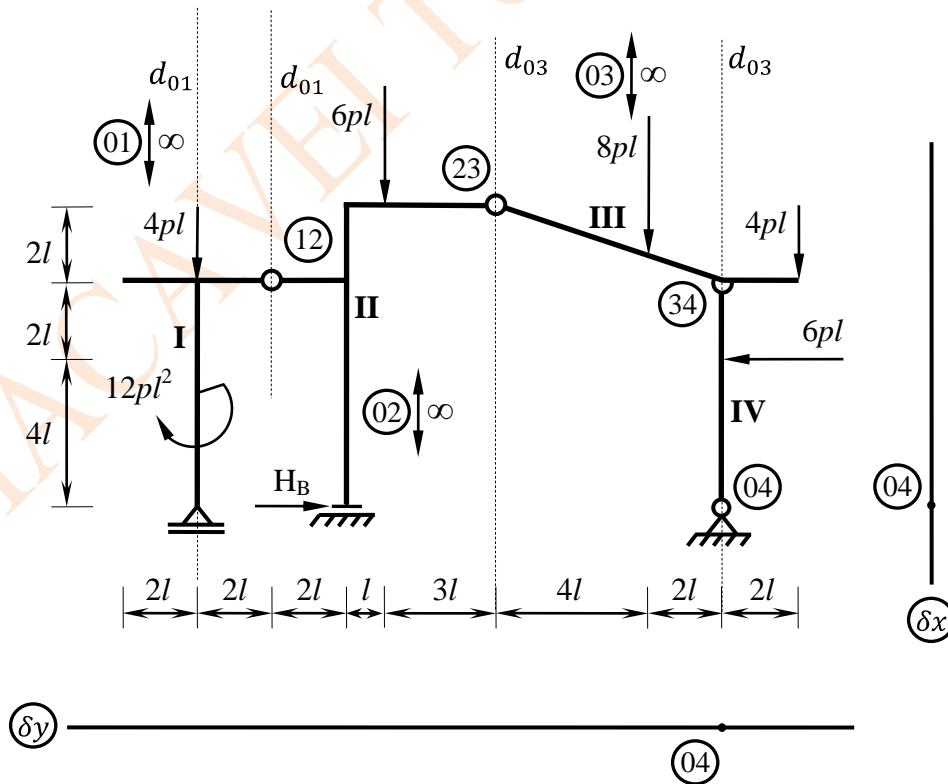
Se determină pozițiile celorlalte centre de rotație necesare ((01), (03)) aplicând regula indicilor. Astfel:

- centrul absolut de rotație (02) se află pe orice verticală (se află la infinit pe verticală), deci și pe verticala ce trece prin centrul relativ de rotație (12); s-a găsit astfel o dreaptă ce conține centrele de rotație (02) și (12), iar conform regulii indicilor pe această dreaptă, notată cu d_{01} , se află și centrul absolut de rotație al corpului I, (01);
- centrul absolut de rotație al corpului IV, (04) și centrul relativ de rotație al corpurilor III și IV, (34), se află pe aceeași dreaptă cu centrul absolut de rotație al corpului III, (03); această dreaptă se notează cu d_{03} ;
- centrul absolut de rotație (02) se află pe orice verticală (se află la infinit pe verticală), deci și pe verticala ce trece prin centrul relativ de rotație (23); s-a găsit astfel o dreaptă ce conține centrele de rotație (02) și (23), iar conform regulii indicilor pe această dreaptă, notată cu d_{03} , se află și centrul absolut de rotație al corpului III, (03);
- intersectând cele două verticale pe care se află centrul absolut de rotație al corpului I, (01), se obține poziția acestui punct – la infinit pe verticală;
- intersectând cele două verticale pe care se află centrul absolut de rotație al corpului III, (03), se obține poziția acestui punct – la infinit pe verticală.

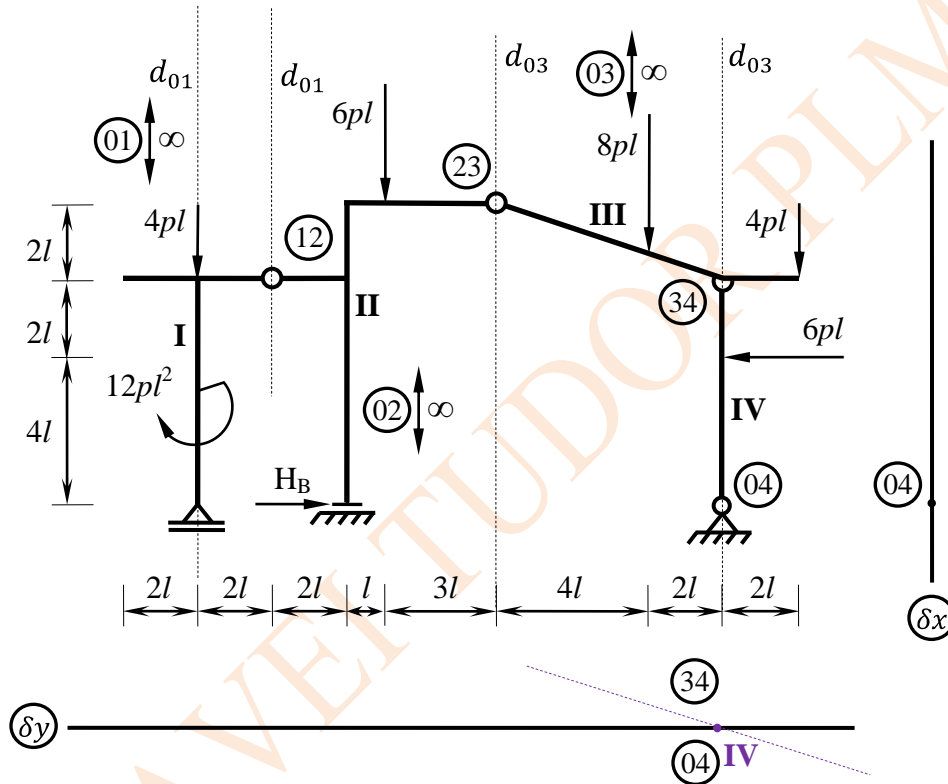


Trasarea diagramelor de deplasări virtuale.

Se trasează liniile de referință ale diagramelor și se proiectează pe acestea centrele absolute de rotație. Într-o diagramă vom citi deplasări virtuale orizontale δx iar în cealaltă vom citi deplasările virtuale verticale δy .

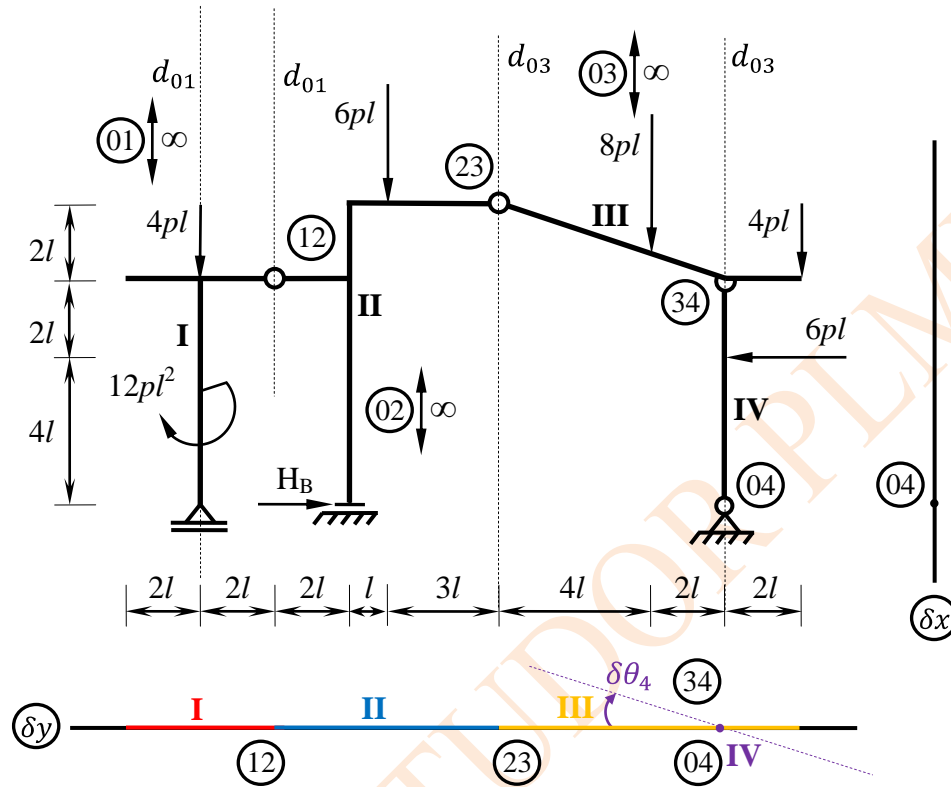


Vom începe cu trasarea diagramelor de deplasări virtuale verticale. Deoarece corpurile I, II și III au rotațiile virtuale nule (ele efectuează mișcări de translații instantanee), se va da o rotație corpului IV, $\delta\theta_4$. Rezultă o dreaptă de pantă $\delta\theta_4$ ce trece prin proiecția centrului absolut de rotație (04) pe linia de referință a diagramei δy . Prin proiectarea corpului IV pe această dreaptă se determină diagrama de deplasări virtuale verticale a corpului IV (punctul violet). Rotația virtuală a corpului va avea sensul unghiului măsurat de la linia de referință la diagramă pe drumul cel mai scurt. Se observă că deplasarea virtuală verticală a centrului relativ de rotație (34) este nulă.



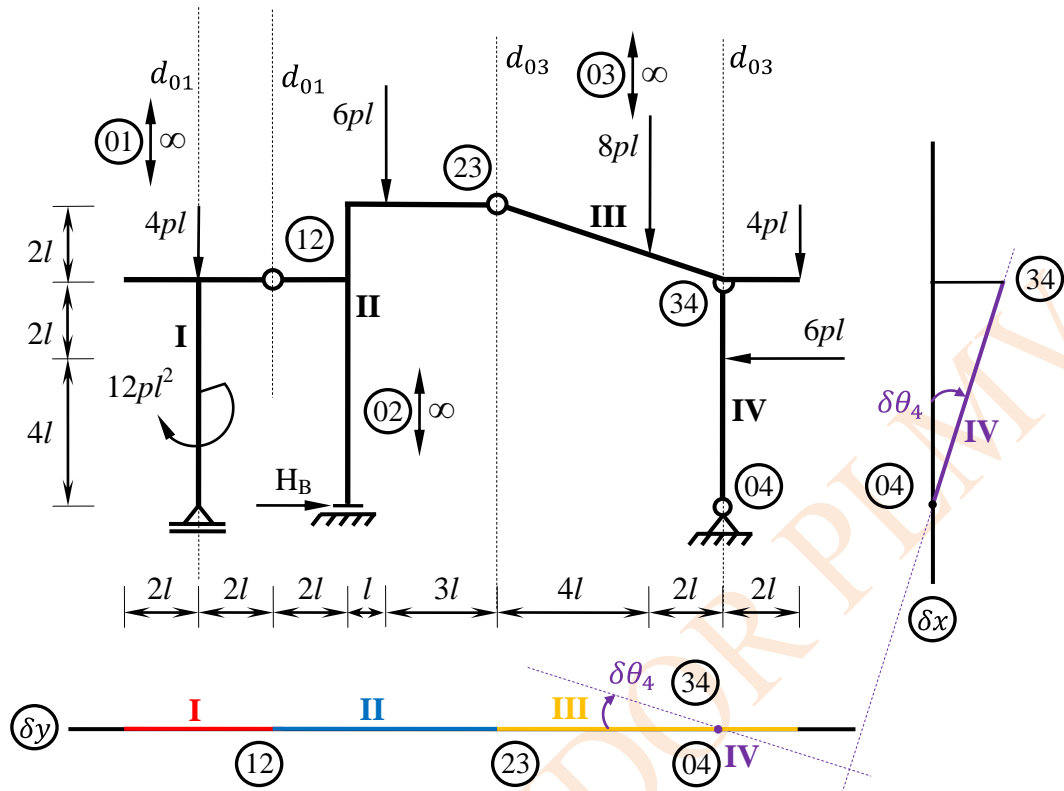
Deoarece centrul absolut de rotație al corpului III se află la infinit, atunci diagrama sa de deplasări virtuale verticale va fi paralelă cu linia de referință a diagramei. Punctul (34) este centrul relativ de rotație al corpurilor III și IV (în acest punct corpurile III și IV au aceeași deplasare), deci pentru corpul III se cunoaște deplasarea virtuală verticală a punctului (34). Trasând o paralelă la linia de referință prin vârful acestei deplasări cunoscute, se obține o dreaptă cu panta $\delta\theta_3 = 0$ ce se confundă cu linia de referință a diagramei. Prin proiectarea corpului III pe această dreaptă se obține diagrama de deplasări virtuale verticale a corpului III (linia plină portocalie). În această diagramă se citește deplasarea virtuală verticală a centrului relativ de rotație (23) – aceasta este nulă.

Analog se procedează și pentru trasarea diagramelor de deplasări virtuale verticale ale corpurilor I și II (liniile pline roșie, respectiv albastră).



Pentru trasarea diagramelor de deplasări virtuale orizontale vom folosi inițial proprietatea de ortogonalitate a diagramelor pentru corpul IV.

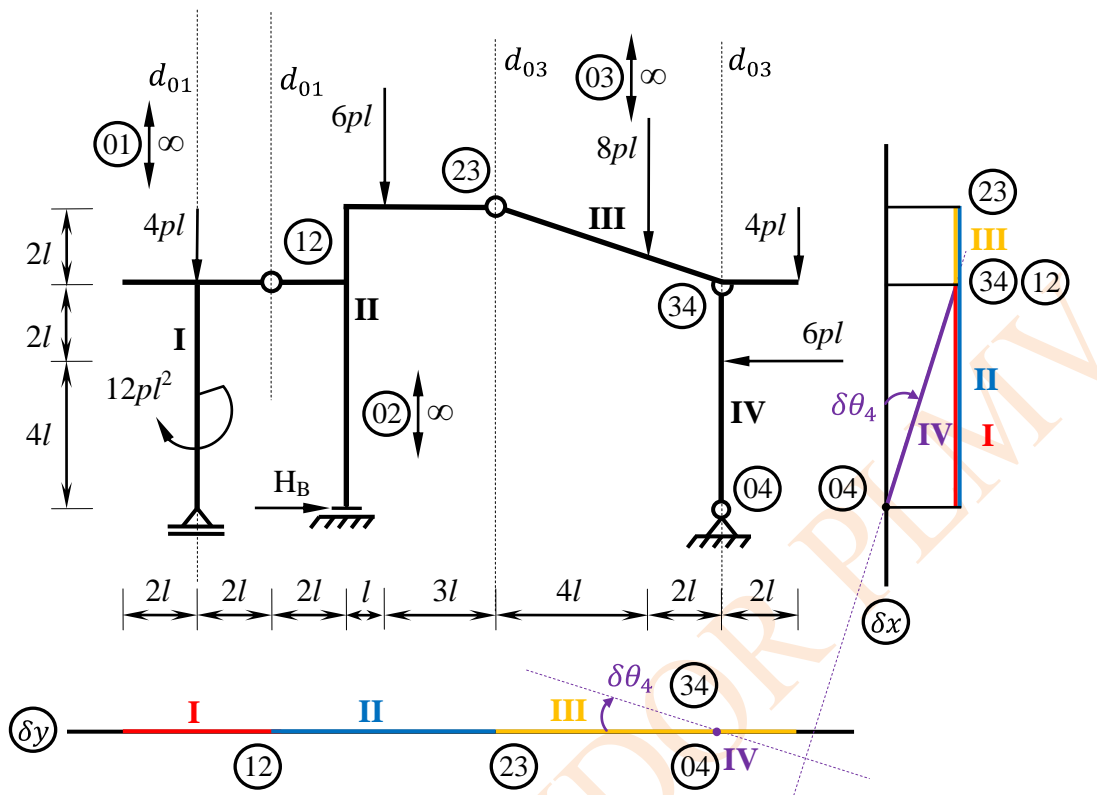
Astfel, diagrama de deplasări virtuale orizontale a corpului IV trebuie să fie perpendiculară pe diagrama de deplasări virtuale verticale a corpului IV și să treacă prin proiecția centrului absolut de rotație (04) pe linia de referință a diagramelor de deplasări virtuale orizontale δx . Rezultă astfel o dreaptă de pantă $\delta\theta_4$ (linia punctată violet). Prin proiectarea corpului IV pe această dreaptă se obține diagrama de deplasări virtuale orizontale a corpului IV. Se citește deplasarea virtuală orizontală a centrului relativ de rotație (34) (se proiectează punctele pe linia de referință și se ridică orizontale până la diagrama de deplasări virtuale orizontale a corpului IV). Sensul acestor deplasări este de la linia de referință la diagramă.



Pentru trasarea diagramei de deplasări virtuale a corpului IV se cunosc deplasările virtuale orizontale ale punctelor (34) și (04). Prin vârfurile acestor deplasări se trasează dreapta de pantă $\delta\theta_4$ (linia punctată violet). Se proiectează corpul IV pe această dreaptă și se obține diagrama de deplasări virtuale orizontale a corpului IV (linia plină violet).

Pentru trasarea diagramei de deplasări virtuale a corpului III se cunoaște deplasarea virtuală orizontală a centrului relativ de rotație (34). Deoarece centrul absolut de rotație al corpului III se află la infinit, se va trasa o paralelă la linia de referință a diagramei prin vârful deplasării punctului (34). Se proiectează corpul III pe această dreaptă și se obține diagrama de deplasări virtuale orizontale a corpului III (linia plină portocalie). Se citește pe această diagramă deplasarea virtuală orizontală a centrului relativ de rotație (23).

Analog se procedează și pentru trasarea diagramei de deplasări virtuale orizontale ale corpurilor I și II (liniile pline roșie, respectiv albastră).

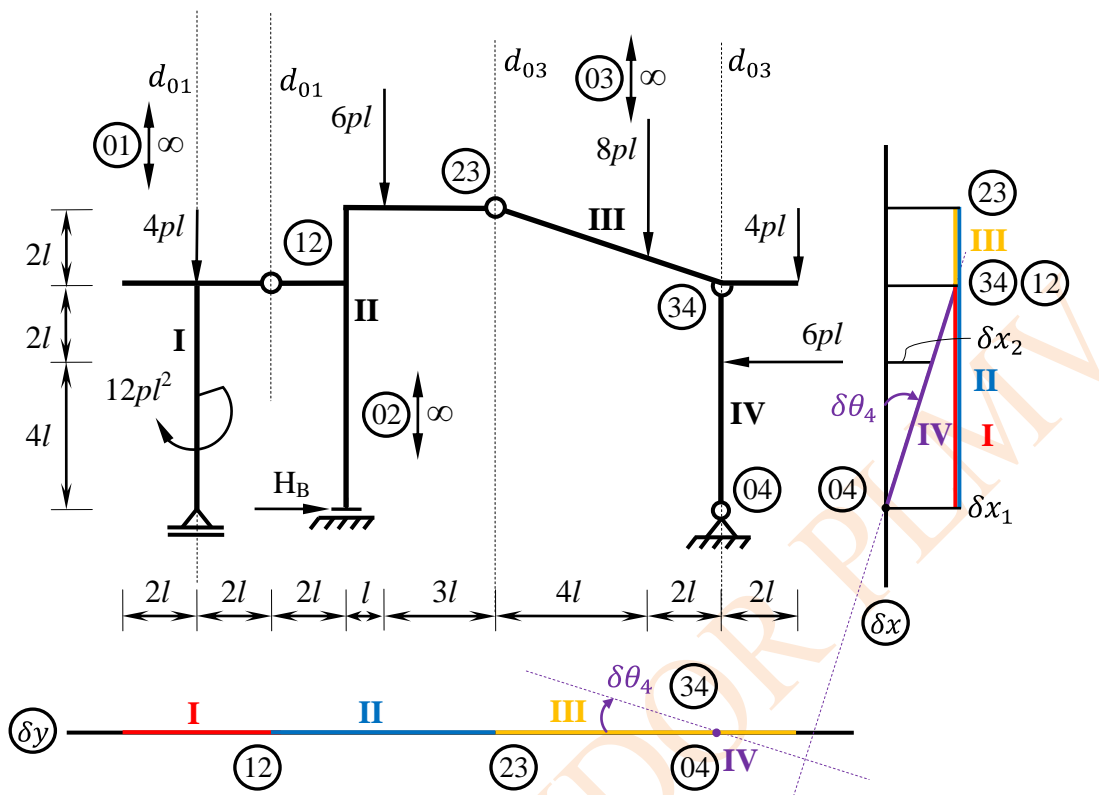


Vom exprima rotirile virtuale ale corpurilor și deplasările virtuale ale punctelor în care acționează forțele concentrate în funcție de o rotire parametru $\delta\theta$.

Alegem $\delta\theta_4 = \delta\theta$ această rotire parametru. Rotirile virtuale ale corpurilor I, II și III sunt nule.

Se vor citi și se vor determina deplasările virtuale ale punctelor de aplicație ale forțelor concentrate:

- deplasarea virtuală orizontală a punctului de aplicație al forței orizontale H_B , notată cu δx_1 ;
- deplasarea virtuală orizontală a punctului de aplicație al forței orizontale $6pl$, notată cu δx_2 ;
- deplasarea virtuală verticală a punctului de aplicație al forței verticale $4pl$ este nulă;
- deplasarea virtuală verticală a punctului de aplicație al forței verticale $6pl$ este nulă;
- deplasarea virtuală verticală a punctului de aplicație al forței verticale $8pl$ este nulă;
- deplasarea virtuală verticală a punctului de aplicație al forței verticale $4pl$ este nulă.



$$\delta x_1 = \delta x_{(34)} = 6l \cdot \delta \theta_4 = 6l \cdot \delta \theta$$

$$\delta x_2 = 4l \cdot \delta \theta_4 = 4l \cdot \delta \theta$$

Se aplică principiul lucrului mecanic virtual:

$$\delta L = 0$$

O forță produce lucru mecanic pozitiv (semn +) dacă deplasarea punctului său de aplicație este în sensul forței; un moment concentrat produce lucru mecanic pozitiv (semn +) dacă efectul de rotire al momentului este în același sens cu rotirea corpului pe care acționează.

Astfel:

$$+H_B \cdot \delta x_1 - 6pl \cdot \delta x_2 + 4pl \cdot 0 + 6pl \cdot 0 + 8pl \cdot 0 - 4pl \cdot 0 + 12pl^2 \cdot 0 = 0$$

$$+H_B \cdot 6l \cdot \delta \theta - 6pl \cdot 4l \cdot \delta \theta = 0$$

Se împarte ecuația la $l \cdot \delta \theta$. Rezultă:

$$H_B = 4pl$$