

**SEMINAR 11**

**STATICA SISTEMELOR – METODA MIXTĂ**

**CUPRINS**

<b>11. Statica sistemelor – Metoda mixtă</b>	.....1
Cuprins	.....1
Introducere	.....1
<b>11.1. Aspecte teoretice</b>	.....2
<b>11.2. Aplicații rezolvate</b>	.....3

**11. Statica sistemelor – Metoda mixtă**



În acest seminar se vor rezolva reacțiunile din legăturile unui sistem de corpuri static determinat utilizând metoda mixtă.

Aplicațiile studiate sunt aplicații în plan.

**Introducere  
seminar**



**Obiective seminar**

După parcurgerea acestui seminar cursantul va ști:

- să identifice părțile principale și secundare ale unui sistem de corpuri;
- să aranjeze corespunzător încărcările pentru metoda mixtă;
- să scrie condițiile de echilibru pentru un sistem de corpuri static determinat aferente metodei mixte.



**Durata medie de  
studiu individual**

2 ore

Acest interval de timp presupune asimilarea noțiunilor prezentate în acest seminar și realizarea aplicațiilor.



**Cunoștințe  
necesare**

Cunoștințele necesare studiului acestui seminar sunt:

- scrierea condițiilor de echilibru scalare de tip ecuații de forțe (seminar 2, seminar 5, modul 7);
- scrierea condițiilor de echilibru scalare de tip ecuații de momente, sisteme de forțe coplanare (seminar 3, seminar 5, modul 5);
- metoda mixtă (modul 10).

**11.1. Aspecte teoretice**

Unitățile structurale sunt corpuri sau părți ale unui sistem de corpuri care au un rol bine definit în cadrul aceluși sistem. În funcție de modul în care sunt imobilizate, se disting:

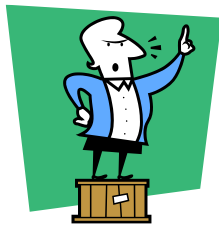
- Corp principal al unui sistem de corpuri – este acel corp imobilizat exclusiv prin legăturile sale cu mediul exterior;
- Corp secundar al unui sistem de corpuri – este acel corp care nu este imobilizat numai prin legăturile sale cu mediul exterior ci pentru imobilizarea lui este necesar și aportul celorlalte părți sau corpuri ce alcătuiesc sistemul de corpuri considerat;
- Parte principală a unui sistem de corpuri – este ansamblul de corpuri din sistem care este imobilizat exclusiv prin legăturile sale cu mediul exterior;
- Parte secundară a unui sistem de corpuri – este ansamblul de corpuri din sistem care nu este imobilizat numai prin legăturile sale exterioare ci pentru imobilizarea lui este necesar și aportul celorlalte părți sau corpuri ce alcătuiesc sistemul de corpuri considerat.

Pentru verificarea imobilității unui sistem de corpuri se vor identifica întâi părțile sau corpurile principale. Cunoșcând că o legătură intermediară atașată unui corp fix devine o legătură fixă (ca și când corpul fix ar face parte din mediul exterior) se va verifica și imobilitatea părților sau corpurilor secundare din aproape în aproape.

Rezolvarea necunoscutelor introduse de legăturile sistemului de corpuri se va face întotdeauna începând cu corpurile sau părțile secundare și terminând cu corpul sau partea principală, unde ultimele necunoscute determinate vor fi necunoscutele din legăturile exterioare ale corpului sau părții principale (acestea nu se pot determina decât după ce se rezolvă necunoscutele din legăturile intermediare dintre corpul sau partea principală și celelalte corpuri sau părți ale sistemului de corpuri considerat).

Metoda mixtă se bazează atât pe teorema solidificării cât și pe teorema echilibrului părților. Această metodă rezolvă orice problemă a echilibrului sistemelor de corpuri static determinate, dar pentru sistemele de corpuri cu contururi deschise metoda oferă posibilitatea de a determina în mod direct reacțiunile din legăturile exterioare ale sistemului de corpuri, fără a mai desface sistemul în corpuri sau părți componente pentru a scrie ecuațiile ce revin aplicării teoremei echilibrului părților.

## 11.2. Aplicații rezolvate



### Enunț general

Pentru sistemul de corpuri din figură să se determine reacțiunile utilizând metoda mixtă.



### Etape de rezolvare

- 1) Se verifică dacă sistemul de corpuri este static determinat;
- 2) Se realizează schema statică astfel:
  - se reprezintă sistemul de corpuri fără încărcări și fără legăturile exterioare;
  - se înlocuiesc legăturile exterioare reacțiunile corespunzătoare;
  - se solicită fiecare corp cu încărcările aferente, aranjate corespunzător;
  - se cotează schema statică.
- 3) Se scrie sistemul ecuațiilor de echilibru corespunzător metodei mixte;
- 4) Se rezolvă sistemul ecuațiilor de echilibru rezultat;
- 5) Se verifică rezolvarea necunoscutelor exprimând echilibrul fiecărei părți printr-o ecuație de echilibru neutilizată.
- 6) Se reprezintă rezultatele pe schema rezultatelor.



**Enunț**

**APLICAȚIA 1**

Pentru sistemul de corpuri din figura 11.1 să se determine reacțiunile utilizând metoda mixtă.

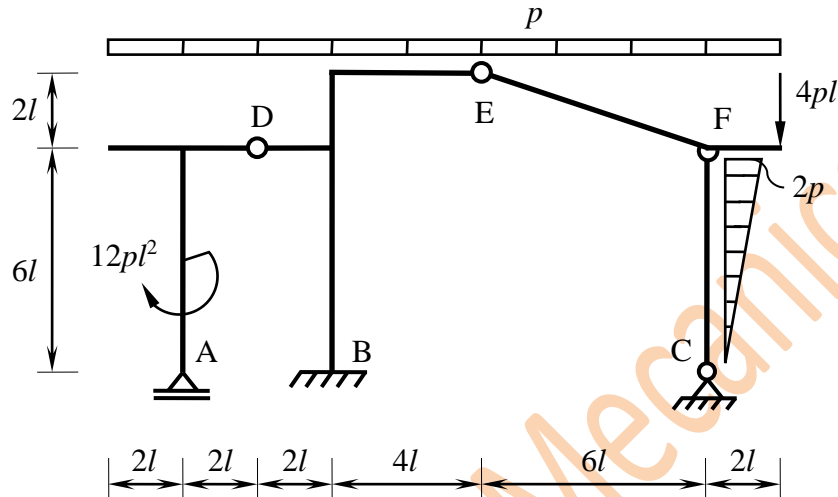


Fig. 11.4

1. Se verifică dacă sistemul de corpuri este static determinat:

Condiția cantitativă:

$$3 \cdot N_c = 3 \cdot N_f + 2 \cdot N_{a.s.} + 1 \cdot N_{r.s.}$$

$$3 \cdot 4 = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 1$$

$$12 = 12$$

Condiția calitativă:

Corpul BDE are ca legătură o încastrare, deci este fix. Rezultă că articulațiile intermediare D și E sunt fixe. Corpul AD are ca legături o articulație fixă (D) și un reazem simplu (A). Cum direcția reazemului simplu (A) nu trece prin articulația (D) rezultă că acest corp este imobilizat. Pentru partea EFC se observă că sunt două corpuri ce au ca legături două articulații fixe (E și C) și o articulație intermediară (F). Cum cele trei articulații nu sunt coliniare, cele două corpuri formează un cadru triplu articulată, adică un sistem de corpuri fix. Dacă toate corpurile sistemului sunt fixe, rezultă că sistemul de corpuri este fixat (imobilizat), deci și condiția calitativă este îndeplinită. Rezultă că sistemul de corpuri din figura 11.1 este static determinat.

2. Schema statică pentru sistemul de corpuri este realizată în figura 11.2, astfel:

- se reprezintă sistemul de corpuri fără încărcări și fără legăturile exterioare;
- se înlocuiesc legăturile exterioare reacțiunile corespunzătoare (sensul inițial al reacțiunilor este ales arbitrar);
- se solicită fiecare corp cu încărcările aferente, aranjate corespunzător (forțele distribuite se concentrează pe corpurile pe care acționează, forțele și momentele concentrate se reprezintă așa cum sunt);
- se cotează schema statică.

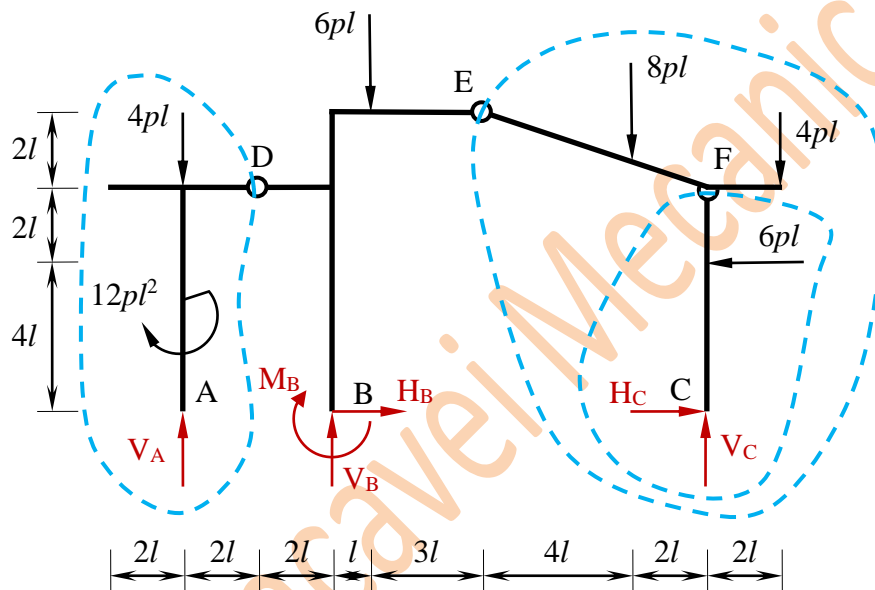


Fig. 11.2

3. Scrierea sistemului ecuațiilor de echilibru.

Se scriu trei ecuații de echilibru pe ansamblu, ca și când sistemul de corpuri ar fi un singur corp.

În fiecare articulație intermediară simplă se scrie o singură ecuație de momente pe una dintre cele două părți legate de acea articulație intermediară simplă. Se recomandă, atunci când este posibil, scrierea acestei ecuații pe partea ce conține numai părți sau corpuri secundare (pentru o rezolvare mai ușoară a necunoscutelor).

Scrierea celor 3 ecuații de echilibru pe ansamblu:

$$\sum X_i = 0 : H_B + H_C - 6pl = 0 \quad (1)$$

$$\sum Y_i = 0 : V_A + V_B + V_C - 4pl - 6pl - 8pl - 4pl \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0 : V_A \cdot 4l + 12pl^2 - 4pl \cdot 4l + M_B + 6pl \cdot l + \\ + 8pl \cdot 8l + 4pl \cdot 12l - 6pl \cdot 4l - V_C \cdot 10l = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Scrierea ecuațiilor de echilibru pe părți:

$$\sum M_D^{st.} = 0 : V_A \cdot 2l + 12pl^2 - 4pl \cdot 2l = 0 \quad (4)$$

$$\sum M_E^{dr.} = 0 : 8pl \cdot 4l + 4pl \cdot 8l + 6pl \cdot 4l - H_C \cdot 8l - V_C \cdot 6l = 0 \quad (5)$$

$$\sum M_F^{dr.} = 0 : H_C \cdot 6l - 6pl \cdot 2l = 0 \quad (6)$$

4. Rezolvarea sistemului ecuațiilor de echilibru obținut.

În urma rezolvării se obțin:

$$(4) V_A = -2pl, \quad (6) H_C = 2pl, \quad (5) V_C = 12pl$$

$$(1) H_B = 4pl, \quad (2) V_B = 12pl, \quad (3) M_B = 38pl^2$$

5. Verificare.

Verificarea se face printr-o ecuație de echilibru neutilizată, scrisă pe ansamblu:

$$\begin{aligned} \sum M_E = 0 : V_A \cdot 8l + 12pl^2 - 4pl \cdot 8l + M_B + V_B \cdot 4l - H_B \cdot 8l - 6pl \cdot 3l + 8pl \cdot 4l + 4pl \cdot \\ 8l + 6pl \cdot 4l - H_C \cdot 8l - V_C \cdot 6l = \\ (-2pl) \cdot 8l + 12pl^2 - 32pl^2 + 38pl^2 + 12pl \cdot 4l - 4pl \cdot 8l - 18pl^2 + 32pl^2 + 32pl^2 \\ + 24pl^2 - 2pl \cdot 8l - 12pl \cdot 6l = 0 \end{aligned}$$

6) Reprezentarea rezultatelor

Reprezentarea rezultatelor se face pe schema rezultatelor, cu sensul corect și intensitatea în valoare absolută (figura 11.3).

